เฉลยแนวข้อสอบ MOCK ALEVEL MATH 1

รหัสวิชา 61 วิชาคณิตศาสตร์ประยุกต์ 1

ปีการศึกษา 2565

BY MATHTiME

คำชี้แจง

แบบทดสอบนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อใช้เตรียมตัวสำหรับการสอบ A-LEVEL ปีการศึกษา 2566 และเป็นการวัดผลสัมฤทธิ์ทางการศึกษา กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ของนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560)

<u>รายละเอียดแบบทดสอบ</u> แบบทดสอบฉบับนี้มี 23 หน้า จำนวน 30 ข้อ

<u>วิธีการตอบ</u> ให้ใช้ดินสอดำ 2B ระบายในวงกลมที่เป็นคำตอบในกระดาษคำตอบ

<u>เกณฑ์การให้คะแนน</u> (คะแนนเต็ม 100 คะแนน)

ตอนที่ 1	ข้อ 1 – 25	ข้อละ 3 คะแนน
ตอนที่ 2	ข้อ 26 – 30	ข้อละ 5 คะแนน

<u>หมายเหตุ</u>

1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแนวข้อสอบที่จัดทำขึ้นเพื่อเตรียมตัวสำหรับการสอบ A-LEVEL ในปีการศึกษา 2565 เท่านั้น ไม่ใช่ข้อสอบจริงแต่อย่างใด

2. แบบทดสอบฉบับนี้มีเวลาในการทำ 90 นาที เพื่อประสิทธิภาพที่ดีที่สุด ควรจับเวลาจริง

3. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแนวข้อสอบที่ถูกเขียนขึ้นมาใหม่ทั้งหมด โดยมีการดัดแปลงจากข้อสอบเก่าหรือตำราเรียนวิชาคณิตศาสตร์ โดยอิงจากเนื้อหาที่สอบ หรือ Test Blueprint ของ ทปอ.

ติดต่อ MATHTiME:

Twitter: https://twitter.com/MATHTiME99

Facebook: https://facebook.com/MATHTiME99

สัญลักษณ์ที่ใช้ในข้อสอบ

สัญลักษณ์เกี่ยวกับเซตของจำนวน

$\mathbb{R}$ แทนเซตของจำนวนจริง

$\mathbb{Z}$ แทนเซตของจำนวนเต็ม

$\mathbb{Z}^+$ แทนเซตของจำนวนเต็มบวก

สัญลักษณ์เกี่ยวกับฟังก์ชัน

f^{-1} แทนฟังก์ชันผกผันของ f

fog แทนฟังก์ชันประกอบ $(fog)(x)$

สัญลักษณ์เกี่ยวกับเวกเตอร์

$|\vec{u}|$ แทนขนาดของเวกเตอร์ $\vec{u}$

<u>ตอนที่ 1</u>: แบบปรนัย 5 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 75 คะแนน

1. กำหนดให้ A, B, C เป็นเซตที่เป็นสับเซตของเอกภพสัมพัทธ์ U พิจารณาจำนวนสมาชิกของเซตต่าง ๆ ดังนี้

เซต	U	A	B	C	$A \cap B \cap C$	$B-(A \cup C)$
จำนวนสมาชิก	140	90	80	70	12	5

ถ้า $n[(A \cap B) - C] = 2 \times n[(B \cap C) - A] = 3 \times n[(A \cap C) - B]$

แล้วค่าของ $n(A \cup B \cup C)'$ เท่ากับเท่าใด

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

5) 5

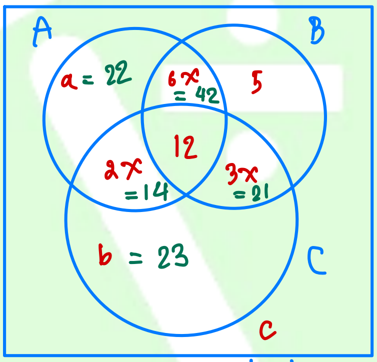
1 ← จับก้อนนี้ $= 6x$

$\therefore\ n[(A \cap B) - C] = 6x$

$n[(B \cap C) - A] = 3x$

$n[(A \cap C) - B] = 2x$

$U = 140$



2 ← จาก $n(B) = 80$

$\therefore\ 6x + 3x + 12 + 5 = 80$

$9x = 63$

$\boxed{x = 7}$

3 $n(A) = 90$

$\therefore\ a + 42 + 12 + 14 = 90$

$a = 22$

$n(C) = 70$

$b + 14 + 12 + 21 = 70$

$b = 23$

โจทย์ถาม c ; $22 + 42 + 5 + 14 + 12 + 21 + 23 + c = 140$

$139 + c = 140$

$\boxed{c = 1}$ #

2. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{9-(x-1)^2}$ และ R_f แทนเรนจ์ของฟังก์ชัน f

ถ้า $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{เมื่อ } x \in R_f \\ x^2 & \text{เมื่อ } x \notin R_f \end{cases}$ แล้วค่าของ $g(-1) + g(1)$ เท่ากับเท่าใด

1) 2

2) 3

3) 4

4) $2 + \sqrt{5}$

5) $3 + \sqrt{5}$

หา R_f ; จาก $(x-1)^2 \geq 0 \quad \forall x$

$-(x-1)^2 \leq 0$

$9 - (x-1)^2 \leq 9$

$0 \leq \sqrt{9-(x-1)^2} \leq \sqrt{9}$

$\therefore\ 0 \leq f(x) \leq 3$ นั่นคือ $R_f = [0, 3]$ #

หา $g(-1)$; จาก $-1 \notin R_f$ ดังนั้น $g(-1) = (-1)^2 = 1$

หา $g(1)$; จาก $1 \in R_f$ ดังนั้น $g(1) = f(1) = \sqrt{9-(1-1)^2} = \sqrt{9} = 3$

$\therefore\ g(-1) + g(1) = 1 + 3 = 4$ #

3. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

✗ (ก.) ประพจน์ $(p \to q) \to (p \vee q)$ เป็นสัจนิรันดร์

✓ (ข.) นิเสธของประพจน์ $p \to (q \to {\sim}r)$ คือ $p \wedge q \wedge r$

✓ (ค.) ถ้าเอกภพสัมพัทธ์คือเซต $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ แล้วประพจน์ $\forall x[\cos x < 0]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) ข้อความ (ก.) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น

2) ข้อความ (ข.) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น

3) ข้อความ (ค.) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น

4) ข้อความ (ก.) และ (ค.) ถูกต้องเท่านั้น

5) ข้อความ (ข.) และ (ค.) ถูกต้องเท่านั้น

✗ (ก.) $(p \to q) \to (p \vee q)$ สมมติให้เป็นเท็จ

$(p \to q)$: T, $\to$: F, $(p \vee q)$: F

$p \equiv F,\ q \equiv F$

$F \to F \equiv T$ ไม่จริงแย้ง → ไม่เป็นสัจนิรันดร์ ✓

✓ (ข.) จาก $p \to (q \to {\sim}r) \equiv {\sim}p \vee (q \to {\sim}r)$

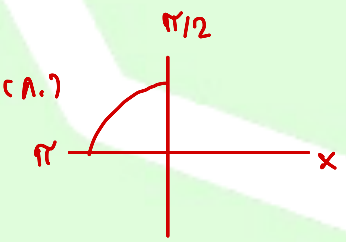
$\equiv {\sim}p \vee ({\sim}q \vee {\sim}r)$

$\equiv {\sim}p \vee {\sim}q \vee {\sim}r$

$\equiv {\sim}(p \wedge q \wedge r)$

ดังนั้น นิเสธของ $p \to (q \to {\sim}r) \equiv {\sim}({\sim}(p \wedge q \wedge r))$

$\equiv p \wedge q \wedge r$ ✓



← ช่วง $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

ค่า x อยู่ในช่วงลบทั้งหมด

∴ $\cos x < 0$ ทุก x ในช่วง $[\frac{\pi}{2}, \pi]$ ✓

4. กำหนดให้ S เป็นเซตของจำนวนเต็มทั้งหมดที่สอดคล้องกับอสมการ $\left||x-3|-4\right| < 5$

แล้วจำนวนสมาชิกทั้งหมดในเซต S เท่ากับเท่าใด

1) 9

2) 11

3) 13

4) 17

5) 19

$||x-3|-4| < 5$

$-5 < |x-3|-4 < 5$

$-1 < |x-3| < 9$

แต่ $|x-3| \geq 0$ เสมอ ดังนั้น

ช่วง $-1 < |x-3| < 0$ จึงไม่มีคำตอบ (ไม่ต้องพิจารณา)

∴ $|x-3| < 9$

$-9 < x-3 < 9$

$-6 < x < 12$

∴ $S = \{-5, -4, -3, \dots, 9, 10, 11\}$

$n(S) = 17$ #

5. ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการ

$$\frac{x+3}{x^2+3x+2}+\frac{8}{x^2-2x-3}=0$$

เท่ากับเท่าใด

1) -8

2) -7

3) -5

4) -4

5) -1

$$\frac{x+3}{(x+1)(x+2)}+\frac{8}{(x-3)(x+1)}=0$$

$$\frac{(x+3)(x-3)+8(x+2)}{(x+1)(x+2)(x-3)}=0 \quad \text{(ทำส่วนให้เท่ากัน)}$$

$(x \neq -1, -2, 3)$ ทำให้ส่วนเป็นศูนย์

$$\therefore (x^2-9)+(8x+16)=0$$
$$x^2+8x+7=0$$
$$(x+1)(x+7)=0$$
$$x=-7, \cancel{-1}$$

$\therefore x=-7$ เพียงค่าเดียว

ผลบวก $= -7$ #

6. กำหนดให้ x, y เป็นจำนวนจริง

ถ้า $3^x+\log_2 y=7$ และ $9^x+\log_4 y=\frac{35}{2}$

แล้วค่าของ $27^x+\log_8 y$ เท่ากับเท่าใด

1) 35

2) 65

3) 78

4) 84

5) 127

ให้ $3^x = a$ และ $\log_2 y = b$

$\therefore 9^x = a^2$ $\quad \therefore \log_4 y = \frac{\log_2 y}{2} = \frac{1}{2}\log_2 y = \frac{1}{2}b$

$\therefore a+b=7$ —— ①

$a^2+\frac{1}{2}b=\frac{35}{2}$ —— ②

②×2; $2a^2+b=35$ —— ③

③ − ①; $2a^2-a=28$

$2a^2-a-28=0$

$(2a+7)(a-4)=0$

$\therefore a = \cancel{-\frac{7}{2}}, 4$ (จาก $a=3^x$ ต้องมากกว่า 0 เสมอ)

$\therefore a = 3^x = 4$ และ $b = \log_2 y = 3$

ได้ว่า $27^x+\log_8 y = (3^x)^3+\frac{1}{3}\log_2 y = 4^3+\frac{1}{3}(3) = 64+1 = 65$ #

7. กำหนดให้ $f(x) = \left(\log_{\frac{1}{3}} x - 1\right)(\log_9 x - 1)$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

✓ (ก.) โดเมนของ f คือ $\{x \in \mathbb{R} \mid x > 0\}$

✓ (ข.) กราฟของ $y = f(x)$ ตัดแกน X ทั้งหมด 2 จุด

✗ (ค.) เซตคำตอบของอสมการ $f(x) \le 0$ สามารถเขียนได้อยู่ในรูป $[a, b]$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริงและ $a < b$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) ข้อความ (ก.) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น

2) ข้อความ (ก.) และ (ข.) ถูกต้องเท่านั้น

3) ข้อความ (ข.) และ (ค.) ถูกต้องเท่านั้น

4) ข้อความ (ก.) และ (ค.) ถูกต้องเท่านั้น

5) ข้อความ (ก.), (ข.) และ (ค.) ถูกต้อง

(ก.) โดเมน ∴ หลัง log >0 ∴ $D_f = (0, \infty)$ ✓

(ข.) จุดตัดแกน X ; $(\log_{\frac{1}{3}} x - 1)(\log_9 x - 1) = 0$

∴ $\log_{\frac{1}{3}} x - 1 = 0 \ \vee \ \log_9 x - 1 = 0$

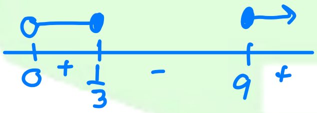
$\boxed{x = \frac{1}{3} \ \vee \ x = 9}$

มี 2 คำตอบ ∴ ตัดแกน X 2 จุด ✓

(ค.) $(\log_{\frac{1}{3}} x - 1)(\log_9 x - 1) \le 0$ (เงื่อนไข $x > 0$)

$(-\log_3 x - 1)(\log_9 x - 1) \le 0$

$(\log_3 x + 1)(\log_9 x - 1) \ge 0$



∴ $x \in (0, \frac{1}{3}] \cup [9, \infty)$ ✗

(ไม่ได้อยู่ในรูป $[a, b]$)

8. กำหนดให้เอกภพสัมพัทธ์คือเซต $[0, 2\pi]$

ถ้า $A = \{x \mid \cos 2x - 3\sin x - 2 = 0\}$

และ $B = \{x \mid \sin x \cos x < 0\}$

แล้วผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต $A \cap B$ เท่ากับเท่าใด

1) $\frac{7\pi}{6}$

2) $\frac{3\pi}{2}$

3) $\frac{11\pi}{6}$

4) 3π

5) $\frac{9\pi}{2}$

จาก $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$ —(*)

$(1 - 2\sin^2 x) - 3\sin x - 2 = 0$

$-2\sin^2 x - 3\sin x - 1 = 0$

$2\sin^2 x + 3\sin x + 1 = 0$

$(2\sin x + 1)(\sin x + 1) = 0$

$\sin x = -\frac{1}{2}$ หรือ $\sin x = -1$

$x = \frac{7\pi}{6}$ หรือ $x = \frac{11\pi}{6}$ $\qquad x = \frac{3\pi}{2}$

∴ $A = \{\frac{7\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}\}$

จาก B; $\sin x \cos x < 0$

จากข้อ 3 ตัว $\sin x < 0$ ∴ $\cos x > 0$

x ต้องอยู่ใน Q_1 หรือ Q_4

มี $x = \frac{11\pi}{6}$ ตัวเดียวที่สอดคล้อง ∴ $A \cap B = \{\frac{11\pi}{6}\}$ #

∴ ผลบวกสมาชิกทั้งหมด $= \frac{11\pi}{6}$ #

9. กำหนดให้สามเหลี่ยม ABC มีด้านตรงข้ามมุม A, B, C ยาว a, b, c หน่วยตามลำดับ

ถ้า $\frac{a+b}{5} = \frac{b+c}{6} = \frac{a+c}{7}$ แล้ว $\cos C$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

1) $-\frac{7}{8}$

2) $-\frac{3}{4}$

3) $-\frac{1}{4}$

4) $-\frac{1}{8}$

5) $-\frac{1}{16}$

ให้ $\frac{a+b}{5} = \frac{b+c}{6} = \frac{a+c}{7} = k$

$\therefore$ $a+b = 5k$ ①
$b+c = 6k$ ②
$a+c = 7k$ ③

①+②+③ ได้ $2(a+b+c) = 18k$
$\therefore a+b+c = 9k$

แทนกลับใน ①,②,③
จะได้ $a = 3k, b = 2k, c = 4k$ —(☆)

จาก Cosine's Law
$c^2 = a^2+b^2-2ab\cos C$
นำ (☆) มาแทน จะได้ว่า
$(4k)^2 = (3k)^2+(2k)^2-2(3k)(2k)\cos C$
$16k^2 = 9k^2+4k^2-12k^2\cos C$
$3k^2 = -12k^2\cos C$
$\therefore \cos C = \frac{3\cancel{k^2}}{-12\cancel{k^2}}$
$= -\frac{1}{4}$ #

10. กำหนดให้ r_1 และ r_2 เป็นความสัมพันธ์ดังนี้

$r_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} \mid y+6 = (x-1)^2\}$

$r_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}\times\mathbb{R} \mid 4x^2 - y^2 - 8x - 4y = 0\}$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

✓ (ก.) กราฟของ r_1 เป็นพาราโบลา

✗ (ข.) กราฟของ r_2 เป็นไฮเพอร์โบลา

✗ (ค.) จำนวนสมาชิกของเซต $r_1 \cap r_2$ เท่ากับ 3

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) ข้อความ (ก.) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น

2) ข้อความ (ก.) และ (ข.) ถูกต้องเท่านั้น

3) ข้อความ (ข.) และ (ค.) ถูกต้องเท่านั้น

4) ข้อความ (ก.) และ (ค.) ถูกต้องเท่านั้น

5) ข้อความ (ก.), (ข.) และ (ค.) ถูกต้อง

(ก.) เป็นพาราโบลา ✓

(ข.) $(4x^2-8x)-(y^2+4y) = 0$
$(4x^2-8x+4)-(y^2+4y+4) = 0$
$4(x^2-2x+1)-(y+2)^2 = 0$
$4(x-1)^2-(y+2)^2 = 0$
$(y+2)^2 = 4(x-1)^2$ —(☆)
$y+2 = \pm 2(x-1)$
เป็นสมการเส้นตรง 2 เส้น ไม่ใช่ไฮเพอร์โบลา ✗

(ค.) จาก r_1 $\therefore$ $(x-1)^2 = y+6$ แทนใน (☆)
$(y+2)^2 = 4(y+6)$
$y^2+4y+4 = 4y+24$
$y^2 = 20$
$\therefore y = \pm 2\sqrt{5}$

① ถ้า $y = 2\sqrt{5} \rightarrow (x-1)^2 = 6+2\sqrt{5} = (\sqrt{5}+1)^2$
$x-1 = \sqrt{5}+1, -(\sqrt{5}+1)$
$x = \sqrt{5}+2, -\sqrt{5}$

② ถ้า $y = -2\sqrt{5} \rightarrow (x-1)^2 = 6-2\sqrt{5} = (\sqrt{5}-1)^2$
$x-1 = \sqrt{5}-1, -(\sqrt{5}-1)$
$x = \sqrt{5}, 2-\sqrt{5}$

①+② มี 4 คู่อันดับ $\therefore n(r_1 \cap r_2) = 4$ ✗

11. กำหนดเมทริกซ์ $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 40 & 50 & 60 \\ 700 & 800 & 900 \end{bmatrix}$ และเมทริกซ์ $B = \begin{bmatrix} 1 & 40 & 700 \\ 2 & 50 & 800 \\ 3 & 60 & 900 \end{bmatrix}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

↳ ได้ว่า $B = A^t$

✗ (ก.) $AB = BA$

✓ (ข.) $\det(A) = \det(B)$

✓ (ค.) $\det(A + B^t) = \det(A^t + B)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) ข้อความ (ก.) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น

2) ข้อความ (ก.) และ (ข.) ถูกต้องเท่านั้น

3) ข้อความ (ข.) และ (ค.) ถูกต้องเท่านั้น

4) ข้อความ (ก.) และ (ค.) ถูกต้องเท่านั้น

5) ข้อความ (ก.), (ข.) และ (ค.) ถูกต้อง

(ก.) $AB = \begin{bmatrix} 1(1)+2(2)+3(3) & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$

$BA = \begin{bmatrix} 1(1)+40(40)+700(700) & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$

ตำแหน่งแรกไม่เท่ากัน $(a_{11} \neq b_{11})$

$\therefore AB \neq BA$ ✗

(ข.) $\det(A) = \det(A^t)$ (สมบัติ det)

$= \det(B)$ (จาก $B = A^t$) ✓

(ค.) $\det(A+B^t) = \det((A+B^t)^t)$ (สมบัติ det)

$= \det(A^t+B)$ ✓

สมบัติที่ใช้* ; $\det(A) = \det(A^t)$

$\det((A+B)^t) = \det(A^t+B^t)$ #

12. กำหนดให้ z_1 และ z_2 เป็นรากที่สองของ $2i$

ให้ $P(x)$ เป็นพหุนามดีกรี 4 ที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง และมี z_1 และ z_2 เป็นคำตอบของสมการ $P(x) = 0$

ถ้า $P(1) = 10$ แล้วค่าของ $P(2)$ เท่ากับเท่าใด

1) 20

2) 24

3) 30

4) 32

5) 40

จาก $2i = 2(\cos 90^\circ + i\sin 90^\circ)$

$\therefore$ รากที่ 2 ของ $2i$

$= \sqrt{2}(\cos 45^\circ + i\sin 45^\circ),\ \sqrt{2}(\cos 225^\circ + i\sin 225^\circ)$

$= \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right),\ \sqrt{2}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i\right)$

$= 1+i,\ -1-i$

สมบัติ* ถ้า $P(x)$ มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนจริง

ถ้า z เป็นคำตอบของสมการ $P(x)=0$

แล้ว $\bar{z}$ เป็นคำตอบของสมการ $P(x)=0$ ด้วย #

$\therefore \overline{1+i} = 1-i$ และ $\overline{-1-i} = -1+i$

เป็นคำตอบของสมการ $P(x)=0$

ได้ว่า $1+i, 1-i, -1+i, -1-i$ เป็นคำตอบ

$\therefore P(x) = k[x-(1+i)][x-(1-i)][x-(-1+i)][x-(-1-i)]$

$= k[(x-1)+i][(x-1)-i][(x+1)+i][(x+1)-i]$

$= k[(x-1)^2+1][(x+1)^2+1]$

$P(1) = k[1][5] = 10 \rightarrow 5k = 10 \rightarrow k = 2$

$\therefore P(x) = 2[(x-1)^2+1][(x+1)^2+1]$

ดังนั้น $P(2) = 2[2][10]$

$= 40$ #

13. กำหนดให้ a_n เป็นลำดับเลขคณิตที่มีผลบวก 10 พจน์แรกของลำดับเท่ากับ 60 * $(d > 0)$

ถ้า a_3, a_4, a_7 เรียงกันเป็นลำดับเรขาคณิต แล้วค่าของ a_{100} เท่ากับเท่าใด

1) 195
2) 197
3) 203
4) 298
5) 302

ได้ว่า $\frac{a_4}{a_3} = \frac{a_7}{a_4}$ [อัตราส่วนร่วม ตัวติดกันเท่ากัน]

$a_4^2 = a_3 \cdot a_7$

$(a_1+3d)^2 = (a_1+2d)(a_1+6d)$

$\cancel{a_1^2} + 6a_1d + 9d^2 = \cancel{a_1^2} + 8a_1d + 12d^2$

$3d^2 + 2a_1d = 0$

$\cancel{d}(3d + 2a_1) = 0$

$d = -\frac{2}{3}a_1$ $(\because d > 0)$

จาก $S_n = \frac{n}{2}[2a_1 + (n-1)d]$

$S_{10} = 5[2a_1 + 9d]$

$60 = 5[2a_1 + 9(-\frac{2}{3}a_1)]$

$12 = -4a_1$

$\therefore \boxed{a_1 = -3}$

ได้ว่า $d = -\frac{2}{3}(-3) = 2$

$\therefore a_{100} = a_1 + 99d$
$= -3 + 99(2) = 195$ #

14. บีออมเงินจากเงินเดือนของตัวเองทุกเดือน โดยบีจะออมเงินทุกวันสุดท้ายของเดือน ตั้งแต่เดือนมกราคม 2565 ถึงเดือนธันวาคม 2565 บีออมเงินในเดือนแรก 1,000 บาท และเดือนถัดไปจะเพิ่มขึ้นจากเดือนก่อนหน้า 1,000 บาท เป็นเช่นนี้ไปทุกเดือนจนถึงเดือนสุดท้าย ถ้าธนาคารคิดอัตราดอกเบี้ยทบต้นทุกเดือนที่ 12% ต่อปี แล้วในวันที่ 31 มกราคม 2566 บีจะมีเงินอยู่ในธนาคารแห่งนี้เท่ากับเท่าใด

$i^{(12)} = \frac{12\%}{12} = 1\%$

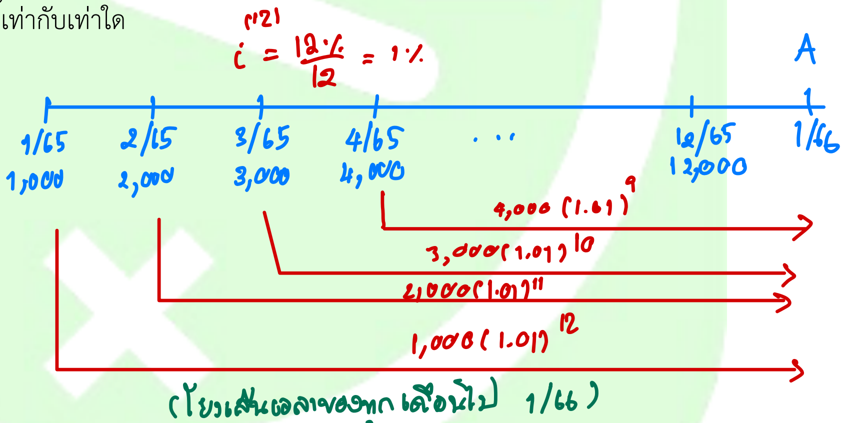
1) $\sum_{n=1}^{12} 1{,}000n\left[\frac{(1.01)^{12}-1}{1.01-1}\right]$ บาท

2) $\sum_{n=1}^{12} 1{,}000n(1.01)^{12-n}$ บาท

3) $\sum_{n=1}^{12} 1{,}000n(1.01)^{13-n}$ บาท

4) $\sum_{n=1}^{12} 1{,}000(n+1)(1.01)^{12-n}$ บาท

5) $\sum_{n=1}^{12} 1{,}000(n+1)(1.01)^{13-n}$ บาท



$\therefore A = 1{,}000(1.01)^{12} + 2{,}000(1.01)^{11} + \dots + (12{,}000)(1.01)^{1}$

$= \sum_{n=1}^{12} 1{,}000(n)(1.01)^{13-n}$ บาท #

15. กำหนดให้ $a_n = \frac{1}{(4+(-1)^n)^n}$

ค่าของ $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n + \cdots$ เท่ากับเท่าใด

1) $\frac{5}{12}$
2) $\frac{7}{12}$
3) $\frac{2}{3}$
4) $\frac{17}{24}$
5) $\frac{3}{4}$

$a_1 = \frac{1}{(4+(-1)^1)^1} = \frac{1}{3^1}$

$a_2 = \frac{1}{(4+(-1)^2)^2} = \frac{1}{5^2}$

$a_3 = \frac{1}{(4+(-1)^3)^3} = \frac{1}{3^3}$

$a_4 = \frac{1}{(4+(-1)^4)^4} = \frac{1}{5^4}$

$\vdots$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{3^1} + \frac{1}{5^2} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{5^4} + \cdots$

$= \left(\frac{1}{3^1} + \frac{1}{3^3} + \cdots\right) + \left(\frac{1}{5^2} + \frac{1}{5^4} + \cdots\right)$

$a_1 = \frac{1}{3}, r = \left(\frac{1}{3}\right)^2$ $\quad a_1 = \frac{1}{25}, r = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

$= \frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{9}} + \frac{\frac{1}{25}}{1-\frac{1}{25}}$

$= \left(\frac{1}{\cancel{3}}\right)\left(\frac{\cancel{9}^{3}}{8}\right) + \frac{1}{\cancel{25}}\left(\frac{\cancel{25}}{24}\right)$

$= \frac{3}{8} + \frac{1}{24} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$ #

16. กำหนดให้ $\vec{u} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ และ $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}$

และ $\vec{w}$ เป็นเวกเตอร์ที่ทำให้ $\vec{w} \times \vec{u} = \vec{w} \times \vec{v}$

ถ้า $\vec{u} \cdot \vec{w} = 1$ แล้วค่าของ $\vec{v} \cdot \vec{w}$ เท่ากับเท่าใด

1) -7
2) -1
3) 0
4) 1
5) 7

$\vec{w} \times \vec{u} = \vec{w} \times \vec{v}$

$\vec{w} \times (\vec{u} - \vec{v}) = \vec{0}$

$\vec{w} \times (\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) = \vec{0}$

$\therefore$ $\vec{w}$ ขนานกับเวกเตอร์ $\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

ได้ว่า $\vec{w} = a(\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k})$ เมื่อ $a \in \mathbb{R}$

จาก $\vec{u} \cdot \vec{w} = 1 \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot a\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = a(2\cdot 1 + 0\cdot 2 + (-3)\cdot 1)$

$1 = a(2+0-3)$

$1 = -a$

$\boxed{a = -1}$

$\therefore \vec{w} = -(\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) = -\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k}$

ได้ว่า $\vec{v} \cdot \vec{w} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix} = 1(-1) + (-2)(-2) + (-4)(-1)$

$= -1 + 4 + 4 = 7$ #

17. ในการแข่งขันตอบคำถามวิชาการในงานสัปดาห์วิทยาศาสตร์ของมหาวิทยาลัยแห่งหนึ่ง คณะบัญชี, คณะแพทยศาสตร์ คณะนิเทศศาสตร์ และคณะอักษรศาสตร์ได้ส่งตัวแทนมาแข่งขันคณะละ 3 คน โดยก่อนเริ่มการแข่งขันได้มีการให้ผู้เข้าแข่งขันทั้ง 12 คนมายืนเรียงกันเพื่อถ่ายรูปเป็นที่ระลึก จำนวนวิธีที่ตัวแทนทั้ง 3 คนจากคณะบัญชียืนติดกัน ตัวแทนทั้ง 3 คนจากคณะแพทยศาสตร์ยืนติดกัน แต่ตัวแทนจากคณะบัญชีกับคณะแพทยศาสตร์ไม่ยืนติดกัน เท่ากับเท่าใด E

1) $7! \cdot (3!)^2$ วิธี
2) $3 \cdot 7! \cdot (3!)^2$ วิธี
3) $6 \cdot 7! \cdot (3!)^2$ วิธี
4) $7 \cdot 7! \cdot (3!)^2$ วิธี
5) $8! \cdot (3!)^2$ วิธี

$n(E) = n($บัญชี 3 คนติดกัน & แพทย์ 3 คนติดกัน$)$ (E_1)
$- n($บัญชี 3 คนติดกัน & แพทย์ 3 คนติดกัน & บัญชี/แพทย์ยืนติดกัน$)$ (E_2)

$n(E_1)$; $\underbrace{(บ_1\, บ_2\, บ_3)\ (พ_1\, พ_2\, พ_3)\ น_1\, น_2\, น_3\, อ_1\, อ_2\, อ_3}_{8\text{ กลุ่ม}}$

$\therefore n(E_1) = 8!\ 3!\ 3!$ วิธี (สลับที่บัญชี, สลับที่แพทย์)

$n(E_2)$; $\underbrace{\boxed{(บ_1\, บ_2\, บ_3)\ (พ_1\, พ_2\, พ_3)}\ น_1\, น_2\, น_3\, อ_1\, อ_2\, อ_3}_{7\text{ กลุ่ม}}$

$\therefore n(E_2) = 7!\ 3!\ 3!\ 2!$ (สลับที่บัญชี, สลับที่แพทย์, สลับที่ ก้อนบัญชี/แพทย์)

$n(E)$
$= 8!\,3!\,3! - 7!\,3!\,3!\,2!$
$= 7!\,3!\,3!\,(8-2)$
$= 6 \cdot 7! \cdot (3!)^2$ วิธี #

18. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอลอยู่ 12 ลูก ประกอบไปด้วยลูกบอลสีเขียว 2 ลูก สีม่วง 7 ลูก และสีชมพู 3 ลูก สุ่มหยิบลูกบอลในกล่องนี้ออกมาพร้อมกัน 3 ลูก ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลสีเดียวกันทั้งหมดเท่ากับเท่าใด S

1) $\frac{21}{220}$
2) $\frac{22}{220}$
3) $\frac{35}{220}$
4) $\frac{36}{220}$
5) $\frac{38}{220}$

$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{\cancel{12}^{2} \cdot 11 \cdot 10}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 220$

$n(E) = \binom{7}{3} + \binom{3}{3} = \frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot 5}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} + \cancel{\frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1}}^{1} = 35 + 1 = 36$

สีม่วง 3 ลูก, สีชมพู 1 ลูก
(สีเขียวมี 2 ลูก หัวไม่ได้)

$\therefore P(E) = \boxed{\frac{36}{220}}$ #

19. กำหนดให้ $S = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 10x - 24 \le 0\}$

สุ่มสมาชิกในเซต S ขึ้นมา 2 ตัว ความน่าจะเป็นที่ผลคูณของสมาชิกทั้ง 2 ตัวเป็นจำนวนบวก เท่ากับเท่าใด

1) $\frac{1}{2}$

2) $\frac{66}{91}$

3) $\frac{67}{91}$

4) $\frac{66}{105}$

5) $\frac{67}{105}$

หา S ; $x^2-10x-24 \le 0$

$(x-12)(x+2) \le 0$

+ -2 − 12 +

$\therefore S = \{-2, -1, 0, \dots, 10, 11, 12\}$

$n(S) = 15$

$n(\text{Sample Space}) = \binom{15}{2} = \frac{15 \cdot \cancel{14}^{7}}{\cancel{2}} = 105$

หา n(E) ; ผลคูณเป็นจำนวนบวก มี 2 กรณี

① จำนวนบวก × จำนวนบวก ; เลือกจำนวนบวก 2 ตัวได้ $\binom{12}{2} = \frac{\cancel{12}^{6} \cdot 11}{\cancel{2}} = 66$ วิธี
(จาก 1 ถึง 12)

② จำนวนลบ × จำนวนลบ ; เลือกจำนวนลบ 2 ตัวได้ $\binom{2}{2} = 1$ วิธี
(จาก $-2, -1$)

$\therefore n(E) = 66+1 = 67$

$\therefore P(E) = \boxed{\frac{67}{105}}$ #

20. ให้ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่จุด $x = 2$

ถ้า $\lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)-2}{x^2-4} = 12$ แล้วค่าของ $\lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)-2}{x^3-8}$ เท่ากับเท่าใด

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

5) 6

↳ แทน $x = 2$ ได้ว่า $\frac{f(2)-2}{4-4}$ → ส่วนเป็น 0 แต่ limit มีค่า
$\therefore$ อยู่ในรูปแบบไม่กำหนด $\frac{0}{0}$
ได้ว่า $f(2)-2 = 0$ → $\boxed{f(2) = 2}$ #

$\therefore \lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)-2}{x^2-4} = \lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{(x-2)(x+2)}$

$12 = \lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} \cdot \lim\limits_{x \to 2} \frac{1}{x+2}$

$= f'(2) \cdot \frac{1}{4}$

ดังนั้น $f'(2) = 12 \cdot 4$

$= \boxed{48}$ #

ได้ว่า $\lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)-2}{x^3-8}$

$= \lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{(x-2)(x^2+2x+4)}$

$= \lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} \cdot \lim\limits_{x \to 2} \frac{1}{x^2+2x+4}$

$= \frac{f'(2)}{4+4+4} = \frac{48}{12} = 4$ #

21. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันที่ต่อเนื่องบนเซตของจำนวนจริง และ g เป็นฟังก์ชันที่นิยามโดย $g(x) = \dfrac{f(x)}{x-6}$

ถ้ากราฟของ $y = g(x)$ มีจุดต่ำสุดสัมพัทธ์คือจุด $(2, 3)$ แล้วสมการเส้นตรงที่สัมผัสกับ f ที่จุด $x = 2$ ตรงกับข้อใดต่อไปนี้

$\hookrightarrow g(2)=3 \; , \; g'(2)=0$

1) $3x - y - 18 = 0$
2) $3x - y - 3 = 0$
3) $3x - y + 6 = 0$
4) $3x + y + 6 = 0$
5) $3x + y + 18 = 0$

จาก $g(x) = \dfrac{f(x)}{x-6} \rightarrow g'(x) = \dfrac{f'(x)(x-6) - f(x)}{(x-6)^2}$

$g(2) = \dfrac{f(2)}{-4}$

$3 = \dfrac{f(2)}{-4}$

$\therefore f(2) = 3(-4)$

$\boxed{f(2) = -12}$

$\therefore g'(2) = \dfrac{f'(2)(-4) - f(2)}{(2-6)^2}$

$0 = \dfrac{-4f'(2) - (-12)}{16}$

$\therefore -4f'(2) + 12 = 0 \rightarrow \boxed{f'(2) = 3}$ ความชันเส้นสัมผัส

$\therefore$ เส้นสัมผัส f ที่จุด $x = 2$; $y = 3x + k$

ผ่านจุด $(2,-12)$; $-12 = 3(2) + k$

$\boxed{k = -18}$

$\therefore$ สมการเส้นสัมผัส
$y = 3x - 18$
$\therefore 3x - y - 18 = 0$ #

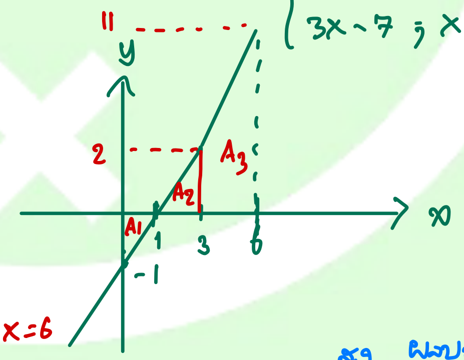
22. นิยาม: ให้ $\max\{a, b\}$ แทนค่าที่มากกว่าระหว่าง a กับ b นั่นคือ $\max\{a,b\} = \begin{cases} a \, ; a \geq b \\ b \, ; b \geq a \end{cases}$

ถ้า $f(x) = \max\{x-1, 3x-7\}$ แล้วพื้นที่ปิดล้อมของ f กับแกน X ตั้งแต่ $x = 0$ ถึง $x = 6$ เท่ากับเท่าใด

1) 21 ตารางหน่วย
2) 22 ตารางหน่วย
3) 35 ตารางหน่วย
4) 36 ตารางหน่วย
5) 37 ตารางหน่วย

หาช่องที่ $x - 1 \geq 3x - 7$
$6 \geq 2x$
$\boxed{x \leq 3}$

$\therefore f(x) = \begin{cases} x-1 \; ; x \leq 3 \\ 3x-7 \; ; x \geq 3 \end{cases}$



พ.ท. ปิดล้อมจาก $x=0$ ถึง $x=6$

$= A_1 + A_2 + A_3$

สูง ผลบวกด้านคู่ขนาน

$= \left(\frac{1}{2}\cdot 1 \cdot 1\right) + \left(\frac{1}{2}\cdot(3-1)\cdot 2\right) + \left(\frac{1}{2}\cdot(6-3)\cdot(2+11)\right)$

สี่เหลี่ยมคางหมู

$= \frac{1}{2} + 2 + \frac{39}{2}$

$= 22$ ตารางหน่วย #

23. กำหนดข้อมูลประชากรสองชุด โดยที่ข้อมูลในแต่ละชุดเป็นจำนวนเต็มบวกที่แตกต่างกัน ดังนี้

ข้อมูลชุดที่ 1: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2023}$

ข้อมูลชุดที่ 2: $y_1, y_2, y_3, \dots, y_{2023}$

โดยข้อมูลชุดที่ 2 สัมพันธ์กับข้อมูลชุดที่ 1 ผ่านสมการ $y_i = 5x_i + 2$ เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, 2023$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

✓ (ก.) ถ้าข้อมูลชุดที่ 1 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ μ แล้วข้อมูลชุดที่ 2 มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ $5\mu + 2$

✗ (ข.) ถ้าข้อมูลชุดที่ 1 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ σ แล้วข้อมูลชุดที่ 2 มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ $5\sigma + 2$

✗ (ค.) ถ้าข้อมูลชุดที่ 1 มีพิสัยระหว่างควอร์ไทล์เท่ากับ R แล้วข้อมูลชุดที่ 2 มีพิสัยระหว่างควอร์ไทล์เท่ากับ $5R + 2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1) ข้อความ (ก.) ถูกต้องเพียงข้อเดียวเท่านั้น

2) ข้อความ (ก.) และ (ข.) ถูกต้องเท่านั้น

3) ข้อความ (ข.) และ (ค.) ถูกต้องเท่านั้น

4) ข้อความ (ก.) และ (ค.) ถูกต้องเท่านั้น

5) ข้อความ (ก.), (ข.) และ (ค.) ถูกต้อง

(ก.) จาก $y_i = 5x_i + 2$

$\Sigma y_i = 5\Sigma x_i + 2(2023)$

$\frac{\Sigma y_i}{2023} = \frac{5\Sigma x_i}{2023} + 2$

$\mu_y = 5\mu_x + 2$ ✓

(ข.) หา $\sigma_y = \sqrt{\frac{\Sigma(y_i - \mu_y)^2}{2{,}023}}$

$= \sqrt{\frac{\Sigma((5x_i+2) - (5\mu+2))^2}{2{,}023}}$

$= \sqrt{\frac{\Sigma(5x_i - 5\mu)^2}{2{,}023}}$

$= 5\sqrt{\frac{\Sigma(x_i-\mu)^2}{2{,}023}} = 5\sigma_x$ ✗

(ค.) พิสัยระหว่างควอร์ไทล์ $= Q_3 - Q_1$

$Q_3 = x_{1518}$, $Q_1 = x_{506}$

$\therefore R = x_{1518} - x_{506}$

พิจารณาพิสัยระหว่างควอร์ไทล์ของ y_i

$\therefore Q_3 = y_{1518}$, $Q_1 = y_{506}$

$\therefore Q_3 - Q_1 = y_{1518} - y_{506}$

$= (5x_{1518}+2) - (5x_{506}+2)$

$= 5(x_{1518} - x_{506})$

$= 5R$ ✗

24. ในการผลิตถ่านไฟฉายของโรงงานแห่งหนึ่ง พบว่าความน่าจะเป็นที่จะมีถ่านไฟฉายที่ไม่ได้มาตรฐานเท่ากับ 0.03 ถ้าสุ่มตรวจคุณภาพของถ่ายไฟฉายของโรงงานแห่งนี้ 100 ก้อน ความน่าจะเป็นที่จะพบถ่านไฟฉายที่ไม่ได้มาตรฐาน 10 ก้อน เท่ากับเท่าใด

1) 0.1
2) (0.1)(0.03)
3) $\binom{100}{10}(0.03)^{10}(0.97)^{10}$
4) $\binom{100}{90}(0.03)^{90}(0.97)^{10}$
5) $\binom{100}{90}(0.03)^{10}(0.97)^{90}$

การแจกแจงแบบทวินาม มี $p = 0.03,\ n = 100$

$$\therefore\ P(X=10) = \binom{100}{10}(0.03)^{10}(0.97)^{90}$$
$$= \binom{100}{90}(0.03)^{10}(0.97)^{90}\ \#$$

(เพราะว่า $\binom{100}{10} = \binom{100}{90}$)

25. เฟิร์สทำซุ้มจับฉลากในงานวัด โดยเฟิร์สมีกล่องอยู่ใบหนึ่ง ในกล่องใบนี้มีลูกบอล 100 ลูก โดยแต่ละลูกจะเขียนหมายเลข 1 ถึง 100 ไว้ โดยให้ผู้เล่นเข้ามาสุ่มจับลูกบอล 1 ลูก โดยมีเงื่อนไขดังนี้

	เงื่อนไข	เงินรางวัลที่จะได้รับ
1	สุ่มหยิบได้ลูกบอลที่มีตัวเลขที่หารด้วย 5 ลงตัว แต่หารด้วย 20 ไม่ลงตัว	60 บาท
2	สุ่มหยิบได้ลูกบอลที่หารด้วย 20 ลงตัว	100 บาท
3	กรณีอื่น ๆ นอกเหนือจาก 2 กรณีข้างบน	0 บาท

เมื่อคำนวณค่าคาดหมายของกำไร เฟิร์สควรจะเก็บค่าเล่น 1 ครั้งกับผู้เล่นอย่างน้อยที่สุดเท่าใด จึงจะไม่ขาดทุน

1) 12.50 บาท
2) 14 บาท
3) 15 บาท
4) 18 บาท
5) 20 บาท

หารด้วย 5 ลงตัว → 5, 10, 15, ..., 100 → 20 ตัว
หารด้วย 20 ลงตัว → 20, 40, 60, 80, 100 → 5 ตัว
∴ หารด้วย 5 ลงตัวแต่หารด้วย 20 ไม่ลงตัว = 20 − 5 = 15 ตัว

ให้เฟิร์สเก็บค่าเล่น x บาท

ค่าคาดหมายของ 1 $= -60\left(\frac{15}{100}\right)$ บาท
2 $= -100\left(\frac{5}{100}\right)$ บาท
3 $= 0$ บาท

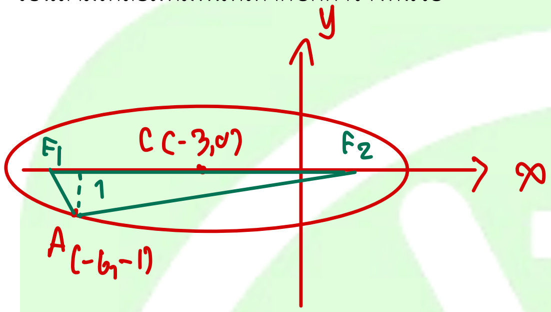
∴ ไม่ขาดทุน = ค่าคาดหมายกำไรเป็น 0

$$x - 60\left(\frac{15}{100}\right) - 100\left(\frac{5}{100}\right) - 0 = 0$$
$$x - 9 - 5 - 0 = 0$$
$$x = 14 \text{ บาท}\ \#$$

ตอนที่ 2: แบบอัตนัยเติมคำตอบที่ถูกต้อง จำนวน 5 ข้อ ข้อละ 5 คะแนน รวม 25 คะแนน

0004.00

26. ให้ E เป็นวงรีที่มีแกนเอกขนานแกน X ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $C(-3,0)$ และมี $A(-6,-1)$ เป็นจุดบนวงรี ถ้าผลบวกของระยะทางจากจุด A ไปยังจุดโฟกัส F_1 และ F_2 ของวงรี E เท่ากับ $6\sqrt{2}$ หน่วย แล้ว AF_1F_2 เป็นสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับกี่ตารางหน่วย



เขียนสมการได้ว่า $\frac{(x+3)^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

จากผลบวกของระยะจากจุดบนวงรีไปยังโฟกัสทั้งสอง $=2a$

$\therefore\ 2a = 6\sqrt{2} \rightarrow a = 3\sqrt{2}$ ได้ว่า

$\frac{(x+3)^2}{18}+\frac{y^2}{b^2}=1$

จาก $(-6,-1)$ อยู่บนวงรี $\rightarrow \frac{(-6+3)^2}{18}+\frac{(-1)^2}{b^2}=1$

$\frac{9}{18}+\frac{1}{b^2}=1 \rightarrow b^2=2$

และได้ว่า $c^2=a^2-b^2$

$=18-2=16 \quad \therefore \boxed{c=4}$

$\therefore$ พ.ท. $AF_1F_2 = \frac{1}{2}(4+4)(1)$

$= \frac{1}{2}\cdot 8 = 4$ ตารางหน่วย #

0159.00

27. ระบบสมการหนึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปเมทริกซ์แต่งเติมได้ดังนี้ $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & x \\ -3 & -2 & 4 & y \\ 3 & -9 & 8 & z \end{array}\right]$ เมื่อ x, y, z เป็นจำนวนจริง

ถ้าเมทริกซ์แต่งเติมดังกล่าวสามารถใช้วิธีดำเนินการตามแถวออกมาเป็น $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & -7 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{array}\right]$

แล้วค่าของ $\det\begin{bmatrix} 3 & x \\ y & z \end{bmatrix}$ เท่ากับเท่าใด

↳ ให้ a, b, c เป็นคำตอบของระบบสมการ ได้ว่า $a=2,\ b=-7,\ c=-3$

$\therefore\ x = 1(a)-1(b)+1(c)$

$= a-b+c = 2-(-7)+(-3) = 6$

$y = -3(a)-2(b)+4(c)$

$= -3(2)-2(-7)+4(-3) = -6+14-12 = -4$

$z = 3(a)-9(b)+8(c)$

$= 3(2)-9(-7)+8(-3) = 6+63-24 = 45$

$\therefore \begin{vmatrix} 3 & x \\ y & z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -4 & 45 \end{vmatrix} = 3(45)-(-4)(6) = 135+24 = \boxed{159}$ #

0031.00

28. กำหนดให้ $A = \{ z \mid (z+1)\bar{z} = 7+i \}$

ถ้า $B = \{ |z-2i|^2 \mid z \in A \}$ แล้วผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต B เท่ากับเท่าใด

$(z+1)\bar{z} = 7+i$

$z\cdot\bar{z} + \bar{z} = 7+i$

$|z|^2 + \bar{z} = 7+i$

จาก $|z|^2$ เป็นจำนวนจริง

$\therefore \bar{z}$ เขียนได้ในรูป $a+i$

(เพราะจำนวนจินตภาพต้องเท่ากัน)

ให้ $\bar{z} = a+i$

$|z|^2 + \bar{z} = 7+i$

$(a^2+1) + (a+i) = 7+i$

$(a^2+a+1) + i = 7+i$

$\therefore a^2+a+1 = 7$

$a^2+a-6 = 0$

$(a+3)(a-2) = 0$

$a = -3, 2$

$\therefore \bar{z} = -3+i,\ 2+i$

ดังนั้น $z = -3-i,\ 2-i$

$A = \{-3-i,\ 2-i\}$

ถ้า $z = -3-i$

$|z-2i|^2 = |-3-3i|^2$

$= (-3)^2 + (-3)^2 = 18$

ถ้า $z = 2-i$

$|z-2i|^2 = |2-3i|^2$

$= 2^2 + (-3)^2 = 13$

$\therefore B = \{18, 13\}$

ผลบวก $B = 18+13$

$= 31$ #

0017.00

29. พิจารณาข้อมูลประชากรด้านล่าง

ข้อมูล	1	2	3	4	5
ความถี่	2	x	7	4	9

จำนวนเต็มบวก x ที่มากที่สุดที่ทำให้มัธยฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 3 เท่ากับเท่าใด

จำนวนข้อมูล $= x+22$

มัธยฐานอยู่ตำแหน่งที่ $\dfrac{x+23}{2}$ ซึ่งคือ ต้องอยู่ตำแหน่งที่ $x+3$ เป็นต้นไป

(เพราะ 1, 2 รวมกันได้ $x+2$ ตัว ข้อมูล 3 เริ่มที่ตำแหน่ง $x+3$)

$\therefore \dfrac{x+23}{2} \geq x+3$

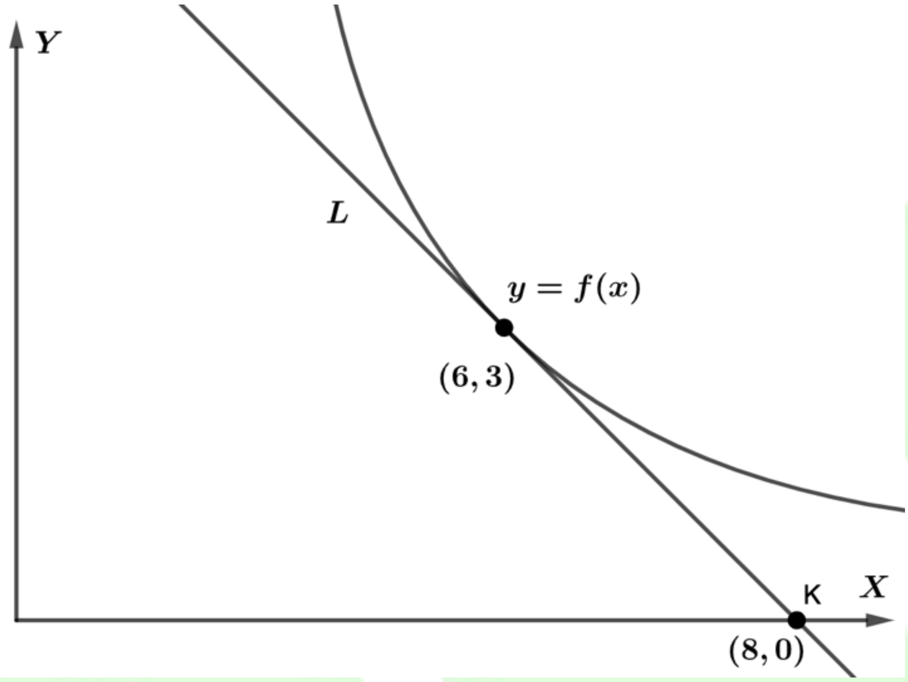
$x+23 \geq 2x+6$

$\boxed{x \leq 17}$

$\therefore x$ มากที่สุด $= 17$ #

0020.00

30. กำหนดกราฟของเส้นโค้ง $y = f(x)$ และเส้นตรง L สัมผัส f ที่จุด $(6, 3)$ ดังรูป



ถ้า $g(x) = f(x^2 + x)$ แล้วค่าของ $\int_{-3}^{2} \left(1 - g''(x)\right) dx$ เท่ากับเท่าใด

$\int_{-3}^{2} (1 - g''(x))dx = \left[x - g'(x)\right]_{-3}^{2} = (2 - g'(2)) - (-3 - g'(-3))$

$= \boxed{5 + g'(-3) - g'(2)}$ — (★)

อย่าลืม diff ใส้!

พิจารณา $g(x) = f(x^2+x)$

$g'(x) = f'(x^2+x)(2x+1)$

$\therefore$ $\boxed{\begin{array}{l} g'(-3) = f'(6) \cdot (-5) \\ g'(2) = f'(6) \cdot 5 \end{array}}$

$\rightarrow$ $f'(6)$ หาได้จากความชันเส้นสัมผัส f ที่จุด $x = 6$

จากกราฟ ได้ค่าความชัน $= \frac{3-0}{6-8} = \boxed{\frac{-3}{2}}$

$\therefore f'(6) = -\frac{3}{2}$

ดังนั้นจาก (★) ได้ว่า $5 + g'(-3) - g'(2)$

$= 5 - 5f'(6) - 5f'(6) = 5 - 10f'(6)$

$= 5 - 10\left(-\frac{3}{2}\right) = 5 + 15$

$= 20$ #

--- สิ้นสุดข้อสอบ ---

- สิ้นสุดเอกสาร MOCK A-LEVEL MATH1 2023 -